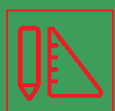
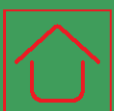




教辅图书



功能学具



学生之家

基础教育行业专研品牌

30⁺年创始人专注教育行业

全品学练考

主编 肖德好

练习册

高中数学

选择性必修第二册 BS

天津出版传媒集团
天津人民出版社

01

【课前预习】精炼呈现，使琐碎知识逻辑更清晰；诊断分析解决易错，排查知识陷阱

◆ 知识点一 等差数列的前 n 项和的性质

1. 若数列 $\{a_n\}$ 是等差数列, S_n 是其前 n 项的和, $k \in \mathbf{N}^*$, 那么 _____, _____, _____ 成等差数列, 如图所示.

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & S_{2k} & & \\ & & & & \uparrow & & \\ a_1 + a_2 + \cdots + a_k & + & a_{k+1} + a_{k+2} + \cdots + a_{2k} & + & a_{2k+1} + a_{2k+2} + \cdots + a_{3k} \\ & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & & \\ S_k & & S_{2k} - S_k & & S_{3k} - S_{2k} & & \end{array}$$

2. 若 S_n, T_n 分别为等差数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的前 n 项和, 那么 $\frac{S_{2n-1}}{T_{2n-1}} = \frac{a_n}{b_n}$.

3. 若数列 $\{a_n\}$ 是等差数列, S_n 是其前 n 项的和, 则数列 $\left\{\frac{S_n}{n}\right\}$ 也是等差数列.

4. 设数列 $\{a_n\}$ 是公差为 d 的等差数列, $S_{\text{奇}}$ 是前 n 项中奇数项的和, $S_{\text{偶}}$ 是前 n 项中偶数项的和, 则数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = S_{\text{奇}} + S_{\text{偶}}$, 当等差数列的项数 n 为奇数时, 中间一项记为 $a_{\text{中}}$, 有如下性质:

(1) 当 n 为偶数时, $S_{\text{偶}} - S_{\text{奇}} =$ _____;

(2) 当 n 为奇数时, 则 $S_{\text{奇}} - S_{\text{偶}} =$ _____, $S_{\text{奇}} =$ _____, $S_{\text{偶}} =$ _____, $\frac{S_{\text{奇}}}{S_{\text{偶}}} =$ _____.

【诊断分析】判断正误.(请在括号中打“√”或“×”)

(1) 若 $\{a_n\}$ 是等差数列, 则 $a_1 + a_2, a_3 + a_4, a_5 + a_6$ 也是等差数列. ()

(2) 若等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 则 S_3, S_6, S_9 成等差数列. ()

◆ 知识点二 等差数列的前 n 项和的最值

1. 从二次函数的角度理解等差数列的前 n 项和公式:

公式 $S_n = na_1 + \frac{n(n-1)d}{2}$ 可化成关于 n 的表达式: $S_n =$ _____.

当 $d \neq 0$ 时, S_n 关于 n 的表达式是一个常数项为零的二次函数关系式, 即点 (n, S_n) 在其相应的 _____ 函数的图象上, 这说明等差数列的前 n 项和公式是关于 n 的二次函数, 它的图象是抛物线 $y = \frac{d}{2}x^2 + \left(a_1 - \frac{d}{2}\right)x$ 上横坐标为正整数的一群孤立的点.

02

【课中探究】采用分层式设计，通过题组、拓展形式凸显讲次重点

◆ 探究点二 等差数列的性质

例 2 (1) 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_3 + a_9 = 12$, $a_2 = 4$, 则 $a_{10} =$ _____ ()

A. 4 B. 8 C. 3 D. 6

(2) 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_3 + a_8 = 10$, 则 $3a_5 + a_7 =$ _____.

变式 (1) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 中, a_5, a_{15} 是函数 $f(x) = x^2 - 3x - 2$ 的两个零点, 则 $a_3 + a_8 + a_{12} + a_{17} =$ _____ ()

A. 2 B. 3
C. 4 D. 6

(2) 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_1 + a_4 + a_7 = 39$, $a_2 + a_5 + a_8 = 33$, 则 $a_3 + a_6 + a_9 =$ _____.

【素养小结】

解决等差数列运算问题的一般方法: 一是灵活运用等差数列的性质; 二是利用等差数列的通项公式, 转化为等差数列的首项与公差的函数关系求解. 这些方法都运用了整体代换与方程的思想.

拓展 [2024 · 贵州铜仁高二期末] 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $m, n, p, q \in \mathbf{N}^*$, 则“ $a_m + a_n = a_p + a_q$ ”是“ $m + n = p + q$ ”的 _____ ()

A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

◆ 探究点四 等差数列的实际应用

例 4 假设体育场一角看台的座位从第 2 排起每一排都比前一排多相等数量的座位. 若第 3 排有 10 个座位, 第 9 排有 28 个座位, 则第 12 排有多少个座位?

◆ 题型一 导数的概念及其几何意义

[类型总述] (1) 利用导数求切点坐标; (2) 利用导数求切线方程.

例 1 (1) 曲线 $y = \frac{\sin x}{x}$ 在点 $M(\pi, 0)$ 处的切线方程为_____.

变式 (1) 函数 $f(x) = e^x \ln x$ 的图象在 $x=1$ 处的切线与两坐标轴围成的三角形的面积为 ()

- A. $\frac{e}{4}$ B. $\frac{e}{2}$ C. e D. $2e$

(2) [2022 · 新高考全国 II 卷] 曲线 $y = \ln|x|$ 经过坐标原点的两条切线方程分别为_____.

◆ 题型五 导数的应用

[类型总述] (1) 证明不等式; (2) 解决参数范围问题; (3) 解决函数零点问题.

例 6 [2023 · 新课标 I 卷] 已知函数 $f(x) = a(e^x + a) - x$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 证明: 当 $a > 0$ 时, $f(x) > 2\ln a + \frac{3}{2}$.

例 7 [2023 · 全国乙卷] 已知函数 $f(x) = \left(\frac{1}{x} + a\right)\ln(1+x)$.

(1) 当 $a = -1$ 时, 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;

(2) 若函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增, 求 a 的取值范围.

一、选择题

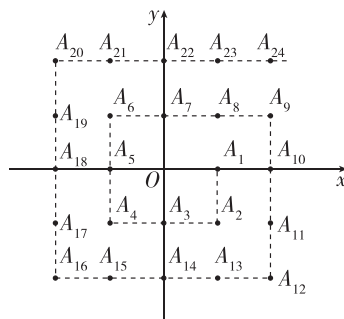
- 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_3 + a_5 = 4$, 则 $a_4 =$ ()
A. 2 B. -2
C. 4 D. -4
- 我国某著作中有如下问题: “今有女不善织, 日减功迟, 初日织五尺, 末日织一尺, 今三十日织迄……” 其大意为: 有一女子不善于织布, 每天比前一天少织同样多的布, 第一天织 5 尺, 最后一天织一尺, 三十天织完…… 则该女子第 11 天织布 ()
A. $\frac{11}{3}$ 尺 B. $\frac{105}{29}$ 尺
C. $\frac{65}{29}$ 尺 D. $\frac{7}{3}$ 尺
- (多选题) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 > 0$, 且 $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{101} = 0$, 则 ()
A. $a_1 + a_{101} > 0$
B. $a_1 + a_{101} < 0$
C. $a_3 + a_{99} = 0$
D. $a_{51} < a_{50}$

二、填空题

- [2024 · 内蒙古赤峰松山区高二期末] 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_1 = 2, a_3 = 8$, 则 $a_4 + a_5 + a_6 =$ _____.

► 思维探索 选做题

- 如图, 在平面直角坐标系中有一系列格点 $A_i(x_i, y_i)$, 其中 $i = 1, 2, 3, \dots, n, \dots$, 且 $x_i, y_i \in \mathbf{Z}$. 记 $a_n = x_n + y_n$, 如 $A_1(1, 0)$ 对应 $a_1 = 1$, $A_2(1, -1)$ 对应 $a_2 = 0$, 以此类推. 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 则 $a_{2024} =$ _____, $S_{2022} =$ _____.



Contents

目录

01 第一章 数列

PART ONE

§ 1 数列的概念及其函数特性	练 001/导 107
1.1 数列的概念	练 001/导 107
1.2 数列的函数特性	练 003/导 108
§ 2 等差数列	练 005/导 110
2.1 等差数列的概念及其通项公式	练 005/导 110
第 1 课时 等差数列的概念及其通项公式	练 005/导 110
第 2 课时 等差数列的性质及实际应用	练 007/导 112
2.2 等差数列的前 n 项和	练 009/导 114
第 1 课时 等差数列的前 n 项和	练 009/导 114
第 2 课时 等差数列的前 n 项和的性质	练 011/导 115
§ 3 等比数列	练 013/导 118
3.1 等比数列的概念及其通项公式	练 013/导 118
第 1 课时 等比数列的概念及其通项公式	练 013/导 118
第 2 课时 等比数列的性质及实际应用	练 015/导 120
3.2 等比数列的前 n 项和	练 017/导 121
第 1 课时 等比数列的前 n 项和	练 017/导 121
第 2 课时 等比数列的前 n 项和的性质	练 019/导 123
专项突破练一 求数列通项公式	练 021/导 125
专项突破练二 分组求和、倒序相加求和、并项求和	练 023/导 127
专项突破练三 裂项相消求和、错位相减求和	练 025/导 128
§ 4 数列在日常经济生活中的应用	练 027/导 129
§ 5 数学归纳法	练 029/导 130
📌 本章总结提升	导 132

02 第二章 导数及其应用

PART TWO

§ 1 平均变化率与瞬时变化率	练 031/导 135
1.1 平均变化率	练 031/导 135
1.2 瞬时变化率	练 031/导 135

§ 2 导数的概念及其几何意义	练 033/导 137
2.1 导数的概念	练 033/导 137
2.2 导数的几何意义	练 035/导 138
§ 3 导数的计算	练 037/导 140
§ 4 导数的四则运算法则	练 039/导 141
4.1 导数的加法与减法法则	练 039/导 141
4.2 导数的乘法与除法法则	练 041/导 142
§ 5 简单复合函数的求导法则	练 043/导 144
§ 6 用导数研究函数的性质	练 045/导 146
6.1 函数的单调性	练 045/导 146
第 1 课时 导数与函数的单调性	练 045/导 146
第 2 课时 函数单调性的应用	练 047/导 148
6.2 函数的极值	练 049/导 150
第 1 课时 导数与函数的极值	练 049/导 150
第 2 课时 函数极值的综合问题	练 051/导 152
6.3 函数的最值	练 053/导 154
第 1 课时 导数与函数的最值	练 053/导 154
第 2 课时 函数最值的综合问题	练 055/导 156
§ 7 导数的应用	练 057/导 158
7.1 实际问题中导数的意义	练 057/导 158
7.2 实际问题中的最值问题	练 059/导 160
专项突破练一 构造函数问题	练 061/导 162
专项突破练二 函数零点问题	练 063/导 164
专项突破练三 不等式问题	练 065/导 166
⑩ 本章总结提升	导 168
◆ 参考答案 (练习册)	练 067
◆ 参考答案 (导学案)	导 173

» 测 评 卷

单元素养测评卷 (一) A [第一章]	卷 01
单元素养测评卷 (一) B [第一章]	卷 03
单元素养测评卷 (二) A [第二章]	卷 05
单元素养测评卷 (二) B [第二章]	卷 07

模块素养测评卷 (一)	[第一、二章]	卷 09
模块素养测评卷 (二)	[第一、二章]	卷 11
参考答案		卷 13

§1 数列的概念及其函数特性

1.1 数列的概念

一、选择题

1. 下列说法中正确的是 ()

- A. 数列中的项不能相等
- B. 数列中的项与顺序无关
- C. 数列 $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots$ 的第 8 项为 7
- D. 数列 $0, 2, 4, 6, \dots$ 可记为 $\{2n\}$

2. 在下列数列中, 是有穷数列的为 ()

- A. $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$
- B. $-1, -2, -3, -4, \dots$
- C. $-1, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{8}, \dots$
- D. $1, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \dots, \sqrt{n}$

3. [2024 · 山西长治高二期末] 在数列 $\sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, 2, \sqrt{5}, \dots$ 中, 根据前 5 项的规律可得第 12 项为 ()

- A. $2\sqrt{2}$
- B. $\sqrt{10}$
- C. $\sqrt{11}$
- D. $2\sqrt{3}$

4. 数列 $-1, \frac{1}{4}, -\frac{1}{9}, \frac{1}{16}, -\frac{1}{25}, \dots$ 的一个通项公式为 ()

- A. $a_n = \frac{(-1)^n}{n^2}$
- B. $a_n = \frac{(-1)^n}{(n+1)^2}$
- C. $a_n = \frac{(-1)^n}{3n-2}$
- D. $a_n = \frac{(-1)^n}{2n-1}$

5. 已知数列 $\sqrt{3}, 3, \sqrt{15}, \sqrt{21}, \dots$, 则 $\sqrt{39}$ 是这个数列的 ()

- A. 第 8 项
- B. 第 7 项
- C. 第 6 项
- D. 第 5 项

6. [2024 · 广东广州越秀区高二期末] 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1, a_n a_{n+1}=2^n (n \in \mathbf{N}^*)$, 则 $a_5 =$ ()

- A. 2
- B. 4
- C. 8
- D. 16

7. (多选题) 下列结论中正确的是 ()

- A. 数列的项数是无限的
- B. 数列通项公式的表达式不是唯一的
- C. 数列 $2, 5, 7$ 可表示为 $\{2, 5, 7\}$
- D. 数列 $1, 3, 5, 7$ 与数列 $7, 5, 3, 1$ 不是同一数列

8. (多选题) [2024 · 呼和浩特高二期末] 数列 $-2, 4, \dots$ 的通项公式可能是 ()

- A. $a_n = (-1)^n 2n$
- B. $a_n = (-1)^{n+1} 2n$
- C. $a_n = 6n - 8$
- D. $a_n = 4n - 6$

二、填空题

9. 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=1, a_{n+1} = \frac{2a_n}{a_n+2} (n \in \mathbf{N}^*)$, 则 $a_3 =$ _____.

10. 设数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = \frac{1}{\sqrt{n} + \sqrt{n+1}}$, $n \in \mathbf{N}^*$, 则 $\sqrt{10} - 3$ 是此数列的第 _____ 项.

11. 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=\sqrt{3}, \frac{a_{n+1}}{a_n} = \sqrt{\frac{n+3}{n+2}}$, 则 $a_{97} =$ _____.

12. “中国剩余定理”又称“孙子定理”, 1852 年, 英国来华传教士伟烈亚力将《孙子算经》中“物不知数”问题的解法传至欧洲. 1874 年英国数学家马西森指出此法符合 1801 年由高斯得到的关于问余式解法的一般性定理, 因而西方称之为“中国剩余定理”, 此定理讲的是关于整除的问题. 现将 1 到 1009 这 1009 个数中, 能被 2 除余 1 且被 5 除余 1 的数, 按从小到大的顺序排成一列, 构成数列 $\{a_n\}$, 则该数列共有 _____ 项.

班级	
姓名	
题号	答案
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	

三、解答题

13. 根据下列数列 $\{a_n\}$ 的通项公式, 写出数列的第 10 项.

$$(1) a_n = (-1)^{n+1} \frac{n+1}{2n-1};$$

$$(2) a_n = 1 + \cos \frac{(n-1)\pi}{2}.$$

14. 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = n(n+2)$.

(1) 求这个数列的第 10 项、第 15 项及第 21 项.

(2) 判断 440 和 222 是不是这个数列中的项? 如果是, 求出是第几项; 如果不是, 请说明理由.

► 思维探索 选做题

15. [2024 · 北京师大附中高二期末] 已知 $\{a_n\}$ 是各项均为正整数的数列, 且 $a_1 = 3, a_7 = 8$, 对任意 $k \in \mathbf{N}^*$, $a_{k+1} = a_k + 1$ 与 $a_{k+1} = \frac{1}{2}a_{k+2}$ 有且仅有一个成立, 则 $a_1 + a_2 + \cdots + a_7$ 的最小值为 ()

- A. 18 B. 20
C. 21 D. 23

16. 将数列 $\{2n-1\}$ 与数列 $\{n^2\}$ 的公共项按照从小到大的顺序排列得到一个新数列 $\{a_n\}$, 则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 _____.

1.2 数列的函数特性

一、选择题

1. 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = \frac{n}{2n-1}$ ($n \in \mathbf{N}^*$), 则该数列是 ()
- A. 递增数列 B. 递减数列
C. 摆动数列 D. 常数列
2. 在下列数列中, 为递减数列的是 ()
- A. $\{1+5^n\}$ B. $\{-n^2+6n\}$
C. $\{3n+6\}$ D. $\{1-\log_2 n\}$
3. 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = n + \frac{32}{n}$, $n \in \mathbf{N}^*$, 则数列 $\{a_n\}$ 的最小值为 ()
- A. $\frac{34}{3}$ B. $\frac{57}{5}$
C. $8\sqrt{2}$ D. 12
4. [2024·湖北武汉高二期末] 函数 $f(x)$ 的定义域为 $[1, +\infty)$, 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n = f(n)$, 则“函数 $f(x)$ 为减函数”是“数列 $\{a_n\}$ 为递减数列”的 ()
- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
5. [2024·山东菏泽三桐中学高二期末] 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n = 3^n + kn$, 若 $\{a_n\}$ 为递增数列, 则 k 的取值范围是 ()
- A. $(-2, +\infty)$ B. $(-6, +\infty)$
C. $(-\infty, -2)$ D. $(-\infty, 2)$
6. 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = an^2 + n$, 若数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 < a_2 < a_3 < a_4 < a_5$, 且 $a_n > a_{n+1}$ 对任意的 $n \geq 8$ 恒成立, 则实数 a 的取值范围是 ()
- A. $(-\frac{1}{9}, -\frac{1}{17})$ B. $(-\frac{1}{9}, -\frac{1}{16})$
C. $(-\frac{1}{10}, -\frac{1}{16})$ D. $(-\frac{1}{10}, -\frac{1}{17})$
7. (多选题) 已知函数 $f(x) = -x^2 + 2x + 1$, 设数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = f(n)$ ($n \in \mathbf{N}^*$), 则 ()
- A. 此数列的图象是二次函数 $f(x) = -x^2 + 2x + 1$ 的图象
B. 此数列是递减数列
C. 此数列从第 3 项起往后各项均为负数
D. 此数列有两项为 1
8. (多选题) [2024·天津河北区高二期末] 下列通项公式中, 对应的数列是递增数列的是 ()
- A. $a_n = \frac{1}{4^n}$
B. $a_n = 2n - 1$
C. $a_n = \begin{cases} n+3, & n \leq 2, \\ 2^{n-1}, & n > 2 \end{cases}$
D. $a_n = 2n^2 - 5n + 1$

二、填空题

9. 数列 $\{-2n^2 + 29n + 3\}$ 中最大的项是_____.
10. 若数列 $\{(n-a)^2\}$ 是递增数列, 则实数 a 的取值范围是_____.
11. [2024·陕西商洛镇安中学高二期末] 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = \left| n - \frac{10}{3} \right|$, 则 a_n 的最小值为_____, 此时 n 的值为_____.
12. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} (4-a)x - 10, & x \leq 7, \\ a^{x-6}, & x > 7, \end{cases}$ 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n = f(n)$ ($n \in \mathbf{N}^*$), 若数列 $\{a_n\}$ 为递增数列, 则实数 a 的取值范围是_____.

班级	
姓名	
答题区	题号
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
8	

三、解答题

13. 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = -n^2 + 4n + 2, n \in \mathbf{N}^*$, 画出该数列的图象, 并求出数列 $\{a_n\}$ 的最大项.

14. 已知函数 $f(x) = \frac{2x-1}{x}$, 设数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = f(n)$, 其中 $n \in \mathbf{N}^*$.

(1) 求 a_2 的值;

(2) 求证: $1 \leq a_n < 2$;

(3) 判断数列 $\{a_n\}$ 是递增数列还是递减数列, 并说明理由.

► 思维探索 选做题

15. 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = \frac{n}{n^2+6}, n \in \mathbf{N}^*$, 则数列 $\{a_n\}$ 的最大项是_____.

16. 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_n = n(n-8) - 20$, 请回答下列问题:

(1) 这个数列共有几项为负数?

(2) 这个数列从第几项开始递增?

(3) 这个数列中有无最小项? 若有, 求出最小项; 若无, 请说明理由.

§2 等差数列

2.1 等差数列的概念及其通项公式

第1课时 等差数列的概念及其通项公式

一、选择题

1. 下列数列中是等差数列的是 ()
- A. $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$
B. $\lg 5, \lg 6, \lg 7$
C. $1, \frac{7}{8}, \frac{3}{4}$
D. $2, 3, 5$
2. 若数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = 2 - n$, 则此数列 ()
- A. 是公差为 -1 的等差数列
B. 是公差为 1 的等差数列
C. 是首项为 2 的等差数列
D. 是公差为 n 的等差数列
3. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_8 = 6, a_{11} = 0$, 则 a_1 的值为 ()
- A. 18
B. 20
C. 22
D. 24
4. [2024 · 宁夏银川一中高二期末] 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $2a_{n+1} = 2a_n + 1$, 其中 $a_8 = \frac{9}{2}$, 则 $a_3 =$ ()
- A. 1
B. $\frac{3}{2}$
C. 2
D. $\frac{5}{2}$
5. 首项为 -24 的等差数列, 从第 10 项开始为正数, 则公差 d 的取值范围是 ()
- A. $d > \frac{8}{3}$
B. $d < 3$
C. $\frac{5}{3} \leq d < 3$
D. $\frac{8}{3} < d \leq 3$
6. [2024 · 广东深圳外国语学校高二月考] 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1 = 2$, 公差 $d = 8$, 在 $\{a_n\}$ 中每相邻两项之间都插入 k 个数, 使它们和原数列的项一起构成一个新的等差数列 $\{b_n\}$, 当 $k = 3$ 时, $b_n =$ ()
- A. n
B. $2n$
C. $3n$
D. $2n + 1$
7. (多选题) 若 $\{a_n\}$ 为等差数列, $a_2 = 11, a_5 = 5$, 则下列说法正确的是 ()
- A. $a_n = 15 - 2n$
B. -20 是数列 $\{a_n\}$ 中的项
C. 数列 $\{a_n\}$ 为递减数列
D. 数列 $\{a_n\}$ 既无最大项, 也无最小项
8. (多选题) 已知数列 $\{a_n\}$ 是等差数列, 则下面的数列中必为等差数列的是 ()
- A. $\{a_{2n}\}$
B. $\{a_n + a_{n+1}\}$
C. $\{3a_n + 1\}$
D. $\{|a_n|\}$

二、填空题

9. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的首项为 1 , 且 $a_5 = a_3 + a_2$, 则 $a_2 =$ _____.
10. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 2, a_{n+1} - a_n + 1 = 0 (n \in \mathbf{N}^*)$, 则此数列的通项公式为 $a_n =$ _____.
11. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的各项均不为 0 , 若 $a_5 = 2a_2$, 则 $\frac{a_7}{a_5} =$ _____.
12. [2024 · 江苏淮安高二期末] 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的各项都是正数, 若 $a_2 = 2, 2(a_3 + a_6) = a_3 \cdot a_6$, 则 $2a_5 - a_6$ 的值为 _____.

班级	
姓名	
答题区	题号
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
	8

三、解答题

13. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_{11}=20, a_{22}=86$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的公差 d 和 a_1 ;

(2) 数列 $\{a_n\}$ 中满足 $10 < a_n < 150$ 的项共有几项?

14. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $(a_{n+1}-1)(a_n-1)=3(a_n-a_{n+1}), n \in \mathbf{N}^*, a_1=2$, 令 $b_n = \frac{1}{a_n-1}$.

(1) 证明: 数列 $\{b_n\}$ 是等差数列;

(2) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

► 思维探索 选做题

15. [2024·上海七宝中学高二期末] 在数列 $\{a_n\}$ 中,

$a_1=2, a_{m+n}=a_m+a_n (m, n \in \mathbf{N}^*)$, 若 $a_k a_{k+1}=440$, 则正整数 $k=$ _____.

16. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_2=7, a_5=13$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

(2) 若 $b_n = \frac{1}{6-a_n}$, 是否存在正整数 m , 使得

$b_{2m}=2b_m+1$? 若存在, 求出 m 的值; 若不存在, 说明理由.



第2课时 等差数列的性质及实际应用

一、选择题

- 在等差数列 $\{a_n\}$ 中,若 $a_3+a_5=4$,则 $a_4=(\quad)$
A. 2 B. -2
C. 4 D. -4
- 已知 $a_n=\begin{cases} 6, n=1, \\ a_{n-1}+3, 1<n\leq 6, \end{cases}$ 则通过数列 $\{a_n\}$ 图象上所有点的直线的斜率为 $(\quad)$
A. 3 B. 6
C. 8 D. 1
- [2024·山西太原高二期中]在-3与15之间插入5个数,使这7个数成等差数列,则插入的5个数之和为 $(\quad)$
A. 21 B. 24
C. 27 D. 30
- 我国某著作中有如下问题:“今有女不善织,日减功迟,初日织五尺,末日织一尺,今三十日织迄……”其大意为:有一女子不善于织布,每天比前一天少织同样多的布,第一天织5尺,最后一天织一尺,三十天织完……则该女子第11天织布 $(\quad)$
A. $\frac{11}{3}$ 尺 B. $\frac{105}{29}$ 尺
C. $\frac{65}{29}$ 尺 D. $\frac{7}{3}$ 尺
- 若一个等差数列的前三项之和为21,最后三项之和为93,公差为2,则该数列的项数为 $(\quad)$
A. 14 B. 15
C. 16 D. 17
- [2024·北京十一中高二期末]已知无穷等差数列 $\{a_n\}$ 的公差 $d\neq 0$,则“ $d>0$ ”是“存在无限项 a_n 满足 $a_n>2023$ ”的 $(\quad)$
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
- (多选题)已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1>0$,且 $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{101}=0$,则 $(\quad)$
A. $a_1+a_{101}>0$
B. $a_1+a_{101}<0$
C. $a_3+a_{99}=0$
D. $a_{51}<a_{50}$
- (多选题)已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=10, a_2=5, a_n-a_{n+2}=2(n\in\mathbf{N}^*)$,则下列说法正确的有 $(\quad)$
A. 数列 $\{a_n\}$ 是等差数列
B. $a_{2k}=7-2k(k\in\mathbf{N}^*)$
C. $a_{2k-1}=12-2k(k\in\mathbf{N}^*)$
D. $a_n+a_{n+1}=18-3n$

二、填空题

- [2024·内蒙古赤峰松山区高二期末]在等差数列 $\{a_n\}$ 中,已知 $a_1=2, a_3=8$,则 $a_4+a_5+a_6=$ _____.
- 已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_5=2, a_{11}=11$,则 $a_8^2-a_2^2=$ _____.
- 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1+a_7=14$,则当 $a_3^2+a_4^2+a_5^2$ 取得最小值时, $a_{2024}=$ _____.
- [2024·北京顺义区高二期末]某著作中有这样一个问题:从冬至日起,依次有小寒、大寒、立春、雨水、惊蛰、春分、清明、谷雨、立夏、小满、芒种共十二个节气,立竿测影,得其最短日影长依次成等差数列,若冬至、立春、春分最短日影长之和为31.5尺,春分最短日影长为7.5尺,则这十二个节气中后六个(春分至芒种)最短日影长之和为_____尺.

班级	
姓名	
答题区	题号
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
8	

三、解答题

13. 已知数列 $\{a_n\}$ 是等差数列, 且 $a_6 = 4, a_{14} = 64$. 设 a_6 与 a_{14} 的等差中项为 x , a_6 与 x 的等差中项为 y , 求 $x + y$ 的值.

14. 已知 $\{a_n\}$ 为等差数列.

- (1) 若 $a_2 + a_4 + a_6 + a_8 + a_{10} = 90$, 求 $a_9 - \frac{1}{2}a_{12}$;
- (2) 若 $a_1 + 2a_8 + a_{15} = 64$, 求 $2a_9 - a_{10}$.

► 思维探索 选做题

15. 我国古代数学著作《孙子算经》中有一道题:“今有物不知其数, 三三数之剩二, 五五数之剩二, 七七数之剩二, 问物几何?”根据这一数学思想, 所有被 3 除余 2 的正整数按从小到大的顺序排列组成数列 $\{a_n\}$, 所有被 5 除余 2 的正整数按从小到大的顺序排列组成数列 $\{b_n\}$, 把数列 $\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$ 的公共项按从小到大的顺序排列组成数列 $\{c_n\}$. 若 $c_m < 2024 (m \in \mathbf{N}^*)$, 则 m 的最大值为_____.
16. 已知函数 $f(x) = x^2 + m$, 其中 $m \in \mathbf{R}$, 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 0, a_{n+1} = f(a_n), n \in \mathbf{N}^*$.
- (1) 当 $m = 1$ 时, 求 a_2, a_3, a_4 的值.
- (2) 是否存在实数 m , 使 a_2, a_3, a_4 构成公差不为 0 的等差数列? 若存在, 请求出实数 m 的值; 若不存在, 请说明理由.

2.2 等差数列的前 n 项和

第1课时 等差数列的前 n 项和

一、选择题

1. [2024·广西南宁高二期中] 已知数列 $\{a_n\}$ 是等差数列, S_n 为其前 n 项和, $a_3 = 3, a_7 = 15$, 则 S_9 的值为 ()
- A. 48 B. 56
C. 81 D. 100
2. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $\frac{S_6}{S_3} = 3$, 且 $a_3 + a_7 = 36$, 则 $a_8 =$ ()
- A. 6 B. 12
C. 27 D. 36
3. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $S_{10} = 30, a_3 = -2$, 则 $S_{20} =$ ()
- A. 220 B. 240
C. 260 D. 280
4. 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $S_n = n^2$, 则 a_8 的值为 ()
- A. 15 B. 16
C. 49 D. 64
5. 已知两个等差数列 $2, 6, 10, \dots$ 及 $2, 8, 14, \dots, 200$, 将这两个等差数列的公共项按从小到大的顺序组成一个新数列 $\{a_n\}$, 则数列 $\{a_n\}$ 的各项之和为 ()
- A. 1666 B. 1654
C. 1472 D. 1460
6. 已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n = 2n^2 - n$, 则 $a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{2n-1} =$ ()
- A. $2n^2 - n$ B. $8n^2 - 10n + 3$
C. $4n^2 - 3n$ D. $16n^2 - 22n + 7$
7. (多选题) 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n . 若 $S_3 = 6, a_4 = 10$, 则 ()
- A. $S_n = 2n^2 - 4n$
B. $S_n = n^2 - 2n$
C. $a_n = 4n - 8$
D. $a_n = 4n - 6$
8. (多选题) 记等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 已知 $a_5 = 4, S_3 = -6$, 则有 ()
- A. $a_1 = -4$ B. $a_3 < 0$
C. $S_5 = 0$ D. $S_2 < S_3$

二、填空题

9. [2024·宁夏育才中学高二期末] 已知等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_2 + a_7 = 18$, 则数列 $\{a_n\}$ 的前 8 项和 $S_8 =$ _____.
10. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $S_n = n^2 - 3n + 2$, 则数列 a_n 的通项公式为 _____.
11. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $S_n = n^2, n \in \mathbf{N}^*$, 则 $a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + \dots + a_{2023} - a_{2024} + a_{2025} =$ _____.

班级	
姓名	
题号	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	

12. [2023 · 广东普宁高二期末] 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $\frac{a_4}{S_4} = \frac{1}{12}$, $S_7 - S_4 = 15$, 则 $S_n =$ _____.

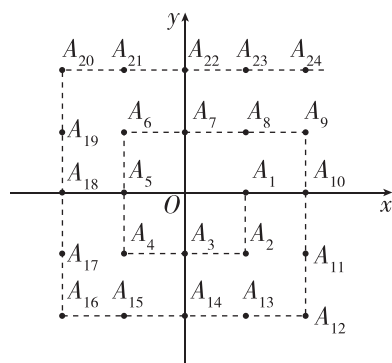
三、解答题

13. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, S_n 是其前 n 项和.
 (1) 若 $a_6 = 10$, $S_5 = 5$, 求 a_8 和 S_{10} ;
 (2) 若 $a_1 = 4$, $S_8 = 172$, 求 a_8 和数列 $\{a_n\}$ 的公差.

14. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $S_2 = 8$, $S_9 = 11a_4$.
 (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
 (2) 若 $S_n = 3a_n + 2$, 求 n .

► 思维探索 选做题

15. 如图, 在平面直角坐标系中有一系列格点 $A_i(x_i, y_i)$, 其中 $i = 1, 2, 3, \dots, n, \dots$, 且 $x_i, y_i \in \mathbf{Z}$. 记 $a_n = x_n + y_n$, 如 $A_1(1, 0)$ 对应 $a_1 = 1$, $A_2(1, -1)$ 对应 $a_2 = 0$, 以此类推. 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 则 $a_{2024} =$ _____, $S_{2022} =$ _____.



16. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $S_n = -n^2 + 4n$, 数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = |a_n|$ ($n \in \mathbf{N}^*$).
 (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
 (2) 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

第2课时 等差数列的前 n 项和的性质

一、选择题

- 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=2$, 前 7 项和 $S_7=35$, 则 $a_{10} =$ ()
A. 5 B. 8
C. 11 D. 14
- 一个物体从 1960 米的高空降落, 如果第 1 秒下降 4.90 米, 以后每秒都比前一秒多下降 9.80 米, 那么落到地面所需要的时间为 ()
A. 20 秒 B. 21 秒
C. 19 秒 D. 22 秒
- 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $S_4=3$, $S_8=9$, 则 $S_{12} =$ ()
A. 12 B. 18
C. 21 D. 27
- [2024·甘肃兰州西北师大附中高二期末] 设 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 且 $a_1+a_5=-14$, $S_9=-27$, 则 S_n 取最小值时 n 的值为 ()
A. 6 B. 7
C. 6 或 7 D. 8
- 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=-2024$, 其前 n 项和为 S_n , 若 $\frac{S_{11}}{11}-\frac{S_8}{8}=3$, 则 S_{2025} 等于 ()
A. 2024 B. 2023
C. 0 D. 1
- 已知 S_n, T_n 分别是等差数列 $\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$ 的前 n 项和, 且 $\frac{S_n}{T_n} = \frac{2n+1}{4n-2} (n=1, 2, \dots)$, 则 $\frac{a_{10}}{b_3+b_{18}} + \frac{a_{11}}{b_6+b_{15}} =$ ()
A. $\frac{11}{20}$ B. $\frac{41}{78}$ C. $\frac{43}{82}$ D. $\frac{23}{42}$

- (多选题) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 公差 $d \neq 0$, 若 $S_n \geq S_6$, 则 ()
A. $a_1 < 0$ B. $d < 0$
C. $a_6 = 0$ D. $S_{13} \geq 0$
- (多选题) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $S_{23} > 0, S_{24} < 0$, 则下列结论错误的是 ()
A. 数列 $\{a_n\}$ 是递增数列
B. $a_{13} > 0$
C. 当 S_n 取得最大值时, $n=13$
D. $|a_{13}| > |a_{12}|$

二、填空题

- 已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_3+a_4+a_5=12, a_4+a_5+a_6=18$, 则 $a_6+a_7+a_8 =$ _____.
- 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $a_1=10, a_n - a_{n-1} = -2 (n \geq 2)$, 则 S_n 的最大值为 _____.
- 设 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 $\frac{S_5}{S_{10}} = \frac{1}{3}$, 则 $\frac{S_5}{S_{20}+S_{10}} =$ _____.
- [2024·上海同济大学第一附中高二期末] 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n, a_1=5$, 当且仅当 $n=10$ 时, S_n 取得最大值, 则公差 d 的取值范围为 _____.

三、解答题

13. (1) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 m 项和为 30, 前 $2m$ 项和为 100, 求数列 $\{a_n\}$ 的前 $3m$ 项和 S_{3m} ;

(2) 已知两个等差数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 的前 n 项和分

别为 S_n 和 T_n , $\frac{S_n}{T_n} = \frac{7n+2}{n+3}$, 求 $\frac{a_5}{b_5}$ 的值.

14. 已知数列 $\{a_n\}$ 是等差数列, S_n 是其前 n 项和, 且 $S_9 = -18, S_{11} = 22$.

(1)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2)求 S_n 的最小值.

思维探索 选做题

15. 已知 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若对任意的 $n \in \mathbf{N}^*$, 均有 $S_6 \leq S_n$ 成立, 则 $\frac{a_{10}}{a_7}$ 的值不可能为 ()

A. 3

B. 4

C. 5

D. 6

16. [2024 · 广东佛山高二期末] 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $S_4 = 4S_2, a_{2n} = 2a_n + 1 (n \in \mathbf{N}^*)$.

(1)求 $\{a_n\}$ 的通项公式及 S_n ;

(2) 记 $b_n = (-1)^n S_n$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 50 项和 T_{50} .